

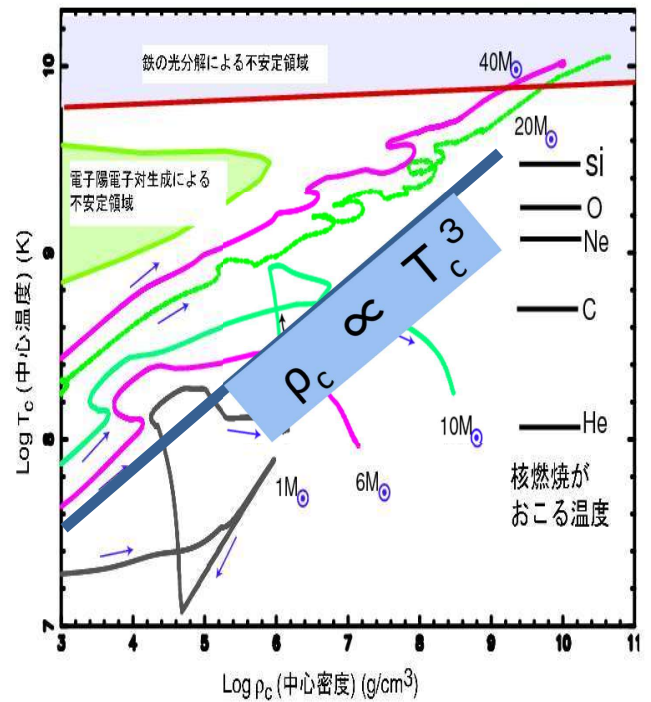
恒星進化論

梅田 秀之

第2章

大質量星の進化、 質量放出、回転

より重い星の進化 (中心温度と密度)



大質量星の特徴の一つ: 圧力に輻射の影響が強い

→ Eddington のStandard model が有用

Eddington Luminosity

- Near the surface of a star, matter has low density and non-degenerate, then $P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} = k \rho T / (\mu m_u) + a T^4 / 3$.
- We consider a region where the density is too low to transfer energy by convection. Then the energy transfer equation is written in the form,

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\rho\kappa}{4acT^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (1.12), \quad (L_r = \text{luminosity}, \kappa = \text{opacity})$$

Using the relation $P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3}$, $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\rho\kappa}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2}$.

the hydrostatic equation leads

$$\frac{dP}{dr} = \frac{dP_{\text{gas}}}{dr} + \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{dP_{\text{gas}}}{dr} - \frac{\rho\kappa}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2} = -\frac{\rho Gm}{r^2} \quad (1.13),$$

Since $\frac{dP_{\text{gas}}}{dr} < 0$ always, (1.13) leads $L_r < \frac{4\pi c Gm}{\kappa}$.

At the stellar surface this inequality leads (L_{Edd} is the Eddington luminosity),

$$L < \frac{4\pi c GM}{\kappa_s} \equiv L_{\text{Edd}} \quad (1.14), \quad \text{here } L \text{ is the stellar luminosity at surface and } \kappa_s \text{ is}$$

the opacity at surface which is in many cases the electron scattering opacity.

Eddington's standard model

- In early stages of evolution for $M > \sim 1M_{\odot}$ stars, stellar interior is non-degenerate and the pressure can be written as

$$P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} = k \rho T / (\mu m_u) + a T^4 / 3 \quad (1.15),$$
 where $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$ = Boltzmann constant, $m_u = 1.66053 \times 10^{-24} \text{ g}$ = the atomic mass unit, $a = 7.56464 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$ = the radiation density constant, and μ = the molecular weight.
- We define the ratio of gas pressure to the total pressure β as,

$$\beta \equiv P_{\text{gas}} / P \quad \text{then} \quad 1 - \beta \equiv P_{\text{rad}} / P \quad (1.16).$$
- From (1.8) and (1.9) we have

$$P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} = k \rho T / (\mu m_u) + a T^4 / 3 = k \rho T / (\mu m_u \beta) \quad (1.17).$$
- Deleting 'T' from this equation using a relation

$$1 - \beta \equiv P_{\text{rad}} / P = a T^4 / (3P), \quad \text{we have} \quad P = \left(\frac{3k^4}{a \mu^4 m_u^4} \right)^{1/3} \left(\frac{1 - \beta}{\beta^4} \right)^{1/3} \rho^{4/3} \quad (1.18).$$

(KH219, 226にも一応書いてある)

Eddington's standard model

■ n=3 Polytrope

For the polytropic EOS, $P = K\rho^{1+\frac{1}{n}}$, the stellar mass M satisfies the following relation,

$$M = C_1 \rho_c^{\frac{3-n}{2n}}, \quad C_1 = 4\pi \left(-\frac{w'}{z} \right)_{z_n}^3 \left(\frac{n+1}{4\pi G} \right)^{3/2} K^{3/2} \quad (1.23),$$

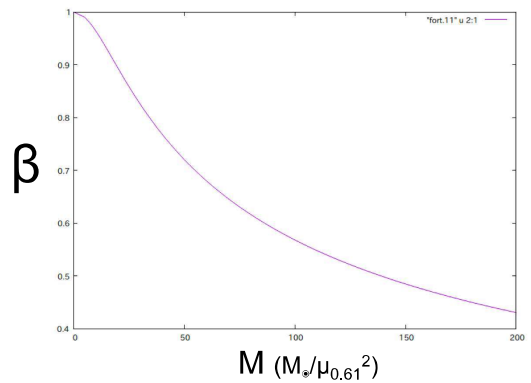
where ρ_c is the central density, $w' \equiv dw/dz$, and z_n is the solution of the Lane-Emden equation at $\rho = 0$.

In the Eddington's model, $n = 3$ and $K = \left(\frac{3k^4}{a\mu^4 m_p^4} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\beta}{\beta^4} \right)^{1/3}$.

Therefore, we get an equation, $M = \frac{18.1M_\odot}{\mu^2} \left(\frac{1-\beta}{\beta^4} \right)^{1/2}$ (1.24) or

$$1-\beta = 0.00040 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{\mu}{0.61} \right)^4 \beta^4 \quad (1.25). \quad (\text{Eddington's quartic equation})$$

This equation shows that very massive stars ($M \gg 100M_\odot$) has $\beta \ll 1$ and Radiation dominated. From (1.22), $L = (1-\beta) L_{\text{Edd}}$ and the luminosities of very massive stars are roughly the Eddington luminosity.



Eddington's standard model

- He solved the energy transfer equation by radiation,

as follows. $\frac{dT}{dr} = -\frac{3\rho\kappa}{4acT^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$ (1.19) (L_r = luminosity, κ = opacity)

From $P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3}$, $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\rho\kappa}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2}$.

using the hydrostatic equation $\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho Gm}{r^2}$, we get $\frac{dP_{\text{rad}}}{dP} = \frac{\kappa L_r}{4\pi c Gm}$ (1.20).

- Since L/m typically decreases but κ increases with radius (e.g. for Kramers type $\kappa \propto T^{-3.5}$), he approximated that $\kappa L/m = \text{constant}$ inside the star. Then the right hand side of (1.20) is constant and

$$\frac{P_{\text{rad}}}{P} = \frac{\kappa_s L}{4\pi c G M} = \frac{L}{L_{\text{Edd}}} = \text{constant} = 1-\beta \quad (1.21).$$

- Therefore, this approximation leads $\beta = \text{constant}$, and from the Eq. (1.18), the star becomes an $n=3$ polytrope. This is the Eddington's standard model.
- From (1.21), $L = (1-\beta) L_{\text{Edd}}$ (1.22)

5

Stellar core and fate of the star

Evolution after He-burning is mostly determined by the mass of C-O core. (KH450)

If a C-O core isn't too heavy, C-burning doesn't occur and the core cools monotonically (B).

In general, more massive stars have larger entropy (upper left in the figure below).

Massive C-O cores enter into unstable regions, depending on their mass.

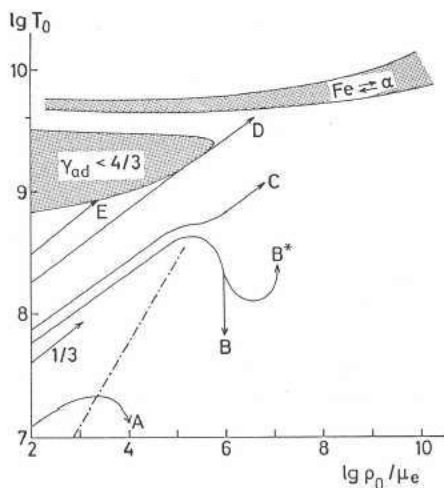


表 1.1 星の内部で進行する熱核反応.

燃焼段階	おもな反応	おもな生成物	温度 (10 ⁸ K)
H	pp チェイン CNO サイクル	⁴ He ¹⁴ N	0.15-0.2
He	³ He → ¹² C ¹² C + ⁴ He → ¹⁶ O + γ	¹² C ¹⁶ O	1.5
C	¹² C + ¹² C → { ²³ Na + p ²⁰ Ne + α	Ne, Na Mg, Al	7
Ne	²⁰ Ne + γ → ¹⁶ O + α ²⁰ Ne + α → ²⁴ Mg + γ	O Mg	15
O	¹⁶ O + ¹⁶ O → { ²⁸ Si + α ³¹ P + p	Si, P, S, Cl, Ar, Ca	30
Si	²⁸ Si + γ → ²⁴ Mg + α ²⁴ Mg + γ → { ²³ Na + p ²⁰ Ne + α	Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu	40
	多くの反応 → 統計平衡		

元素はいかにつくれたか(2007、野本憲一編)

ニュートリノ放射と進化の加速

- 炭素燃焼の段階になると星の中心温度は2億度を超えて、様々なプロセスによるニュートリノ生成が起きる。
 - Pair annihilation neutrinos $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$

$$\epsilon_{\nu}^{(pair)} = \begin{cases} \frac{4.9 \times 10^8}{\rho} T_9^3 e^{-11.86 T_9} & , T_9 < 1 \\ \frac{4.45 \times 10^{15}}{\rho} T_9^9 & , T_9 > 3 \end{cases}$$
 - Photo neutrinos $\gamma + e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$

$$\epsilon_{\nu}^{(phot)} = \epsilon_1 + \epsilon_2 (\mu_e + \bar{\mu})^{-1}$$

$$\epsilon_1 = 1.103 \times 10^{13} \rho^{-1} T_9^9 e^{-5.93/T_9}$$

$$\epsilon_2 = 0.976 \times 10^8 T_9^8 (1 + 4.2 T_9)^{-1}$$

$$\bar{\mu} = 6.446 \times 10^{-6} \rho T_9^{-1} (1 + 4.2 T_9)^{-1}$$
 - Plasma neutrinos $\gamma_{plasmon} \rightarrow \nu + \bar{\nu}$

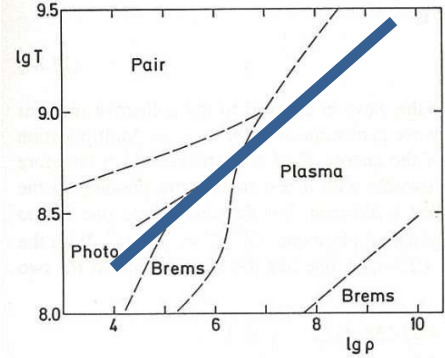
$$\omega_0^2 \frac{m_e}{4\pi e^2 n_e} = \begin{cases} 1 & , \text{non-degenerate } \gamma = \hbar\omega_0 / kT \\ \left[1 + \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3} \right]^{-1/2} & , \text{degenerate } \lambda = kT / m_e c^2 \end{cases}$$

$$\epsilon_{\nu}^{(plasm)} = 3.356 \times 10^{19} \rho^{-1} \lambda^6 (1 + 0.0158 \gamma^2) T_9^3, \gamma \ll 1$$

$$\epsilon_{\nu}^{(plasm)} = 5.252 \times 10^{20} \rho^{-1} \lambda^{7.5} T_9^{1.5} e^{-\gamma}, \gamma \gg 1$$
 - Bremsstrahlung: deceleration of an electron

$$\epsilon_{\nu}^{(brems)} \approx 0.76 \frac{Z^2}{A} T_8^6$$

ニュートリノ放射と進化の加速

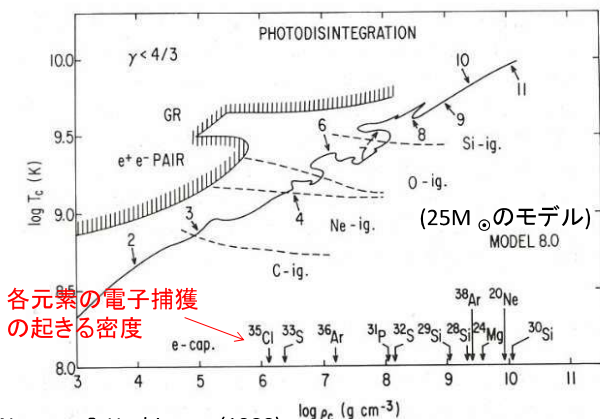
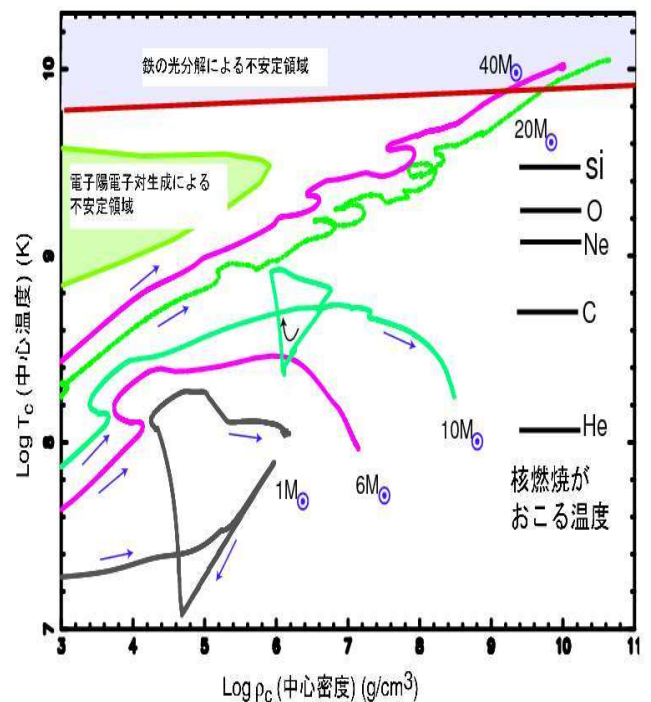


- 星は比熱が負(1.9式)のため、エネルギーを抜くと温度が上がる
- 温度が上がるとニュートリノ放射がより強くなり、ますます温度が上がる
 - 星の進化は加速する
 - しかしニュートリノ放射率より核燃焼のエネルギー放射率の方がTに対し速く上昇
 - 炭素燃焼以降の温度はこれらの釣り合う温度で決まる

電子捕獲反応

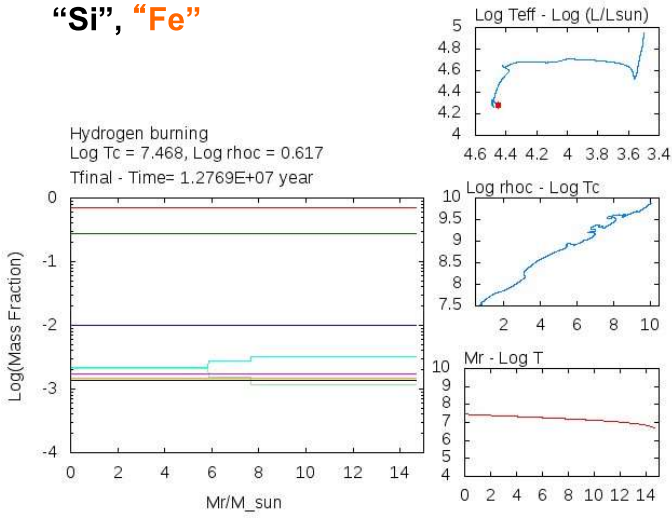
- 物質は密度が非常に高いと電子を捕獲し中性子過剰の原子核になったほうが安定となる。大質量星の進化の末期にはこのような電子捕獲反応が進む。 e.g., $^{24}\text{Mg} + e^- \rightarrow ^{24}\text{Na} + \nu_e$
- この過程でニュートリノが放出され、また電子の縮退圧が減少し収縮が進む

より重い星の進化 (中心温度と密度)

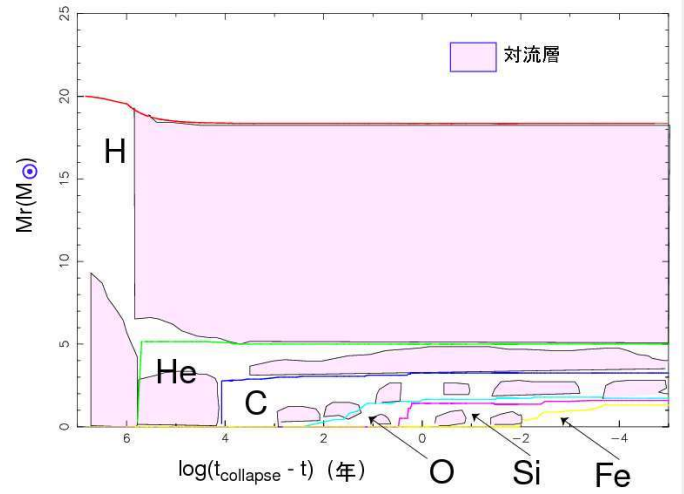


Evolution of a massive $15M_{\odot}$ star: surface and interior

^1H , ^4He , ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , ^{20}Ne ,
"Si", "Fe"



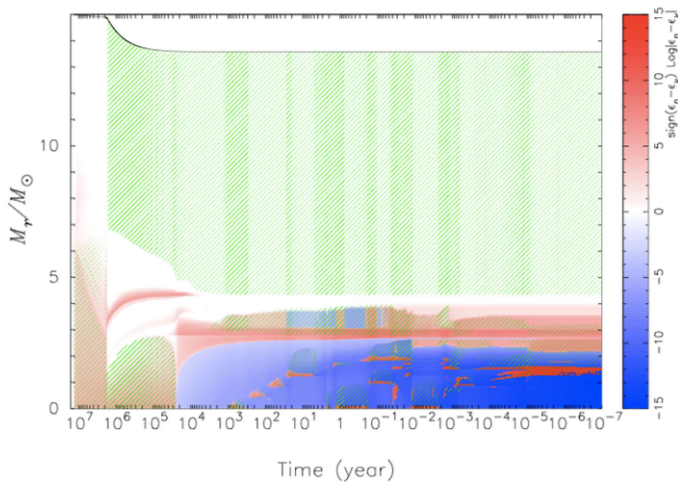
星の進化 (内部組成と対流層の進化) $20M_{\odot}$, $Z=0.02$ model



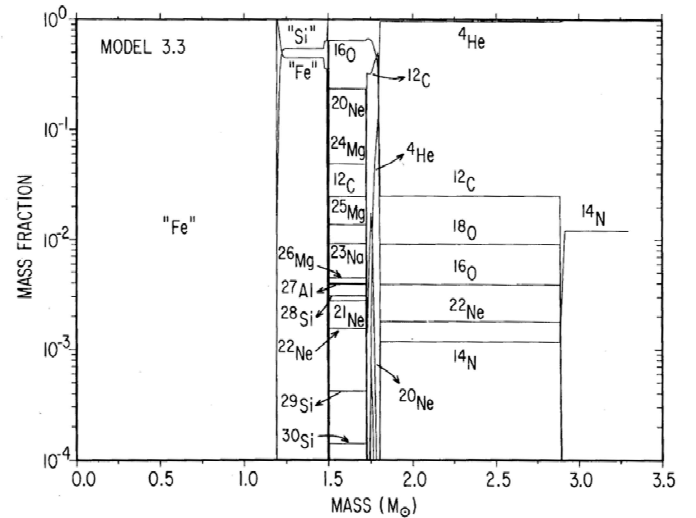
-10

14

$15M_{\odot}$ Kippenhahn Diagram & $\epsilon_n - \epsilon_v$

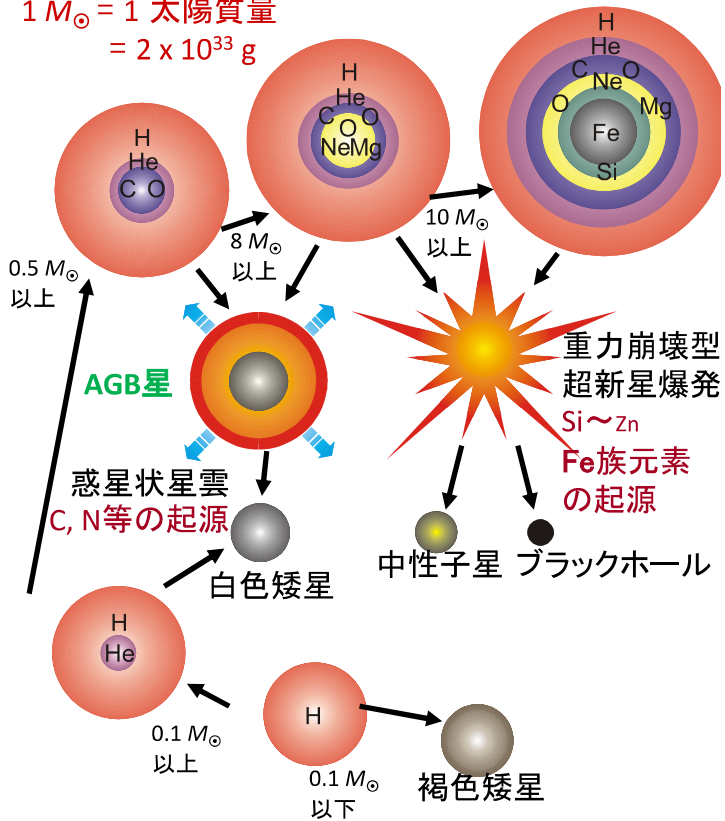


内部組成の進化($13M_{\odot}$)



星の質量と進化の最後

1 M_☉ = 1 太陽質量
= 2 x 10³³ g



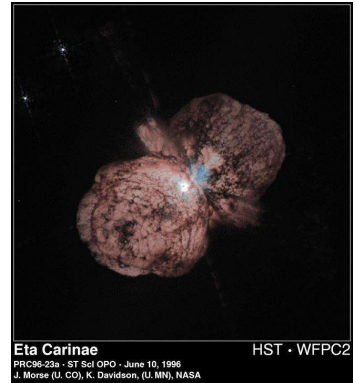
大質量星のMass Loss

- 一般に恒星は表面から質量を放出している: 表面のガスが星の放射圧によって加速、脱出速度を超えると星から放出される(太陽風)

- 質量放出率(半観測値)

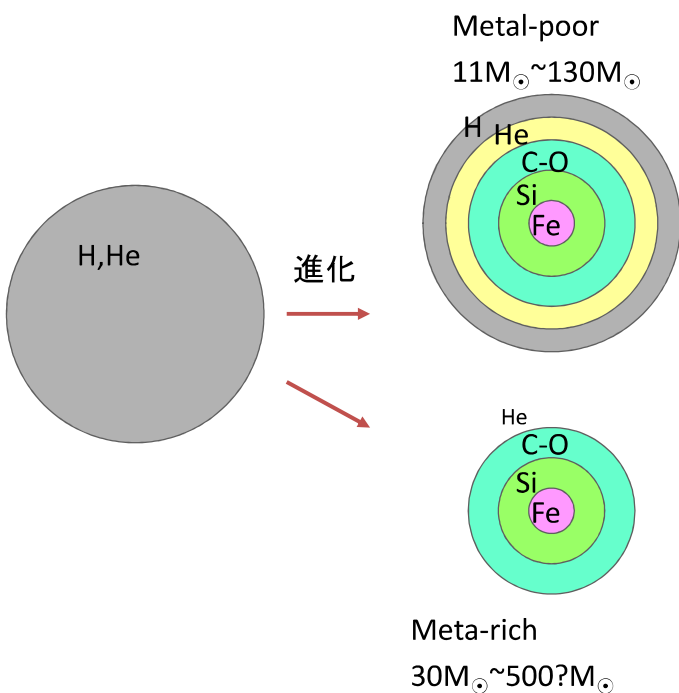
$$\dot{M} \approx A(L, T_{eff}) Z^{0.5} \frac{L}{T_{eff}}$$

- 金属量(Z)が多く、明るい(質量が大きい)、半径の大きい星(巨星)ほどMass Lossが大きい



エータ・カリナ M ~100M_☉

大質量星の化学進化と質量放出



ウォルフレイエ星

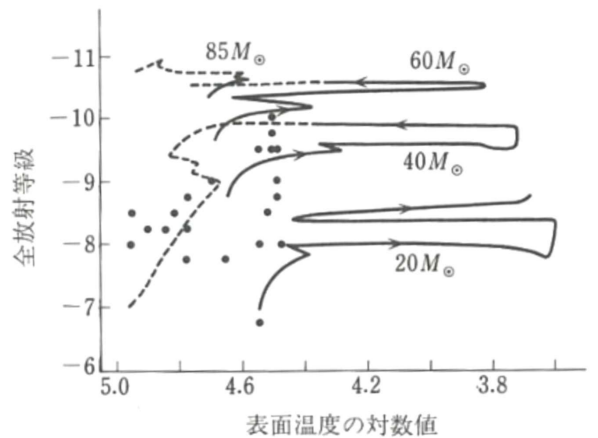


図 5 非常に質量の大きな星の進化経路とウォルフレイエ星

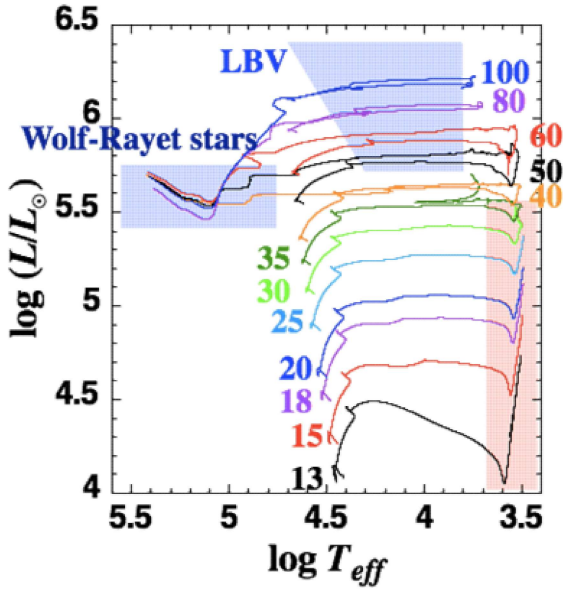
- 水素が少ない
- WN型: ヘリウム、窒素が多い(CNOで出来たもの)
- WC型: ヘリウム、炭素が多い(He燃焼で出来た)
- WO型: (C+O)/He > 1 (以下のものはWC型)

上から順にMass Lossが進んだ星

HR Diagram

Yoshida & Umeda (2012)

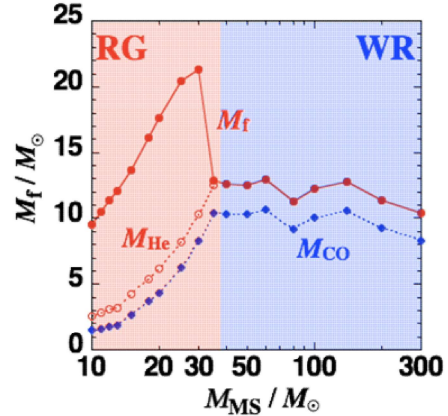
Z=0.02 (solar metallicity)



Wolf-Rayet 星 $M_{\text{init}} > 40 M_{\odot}$
 Red supergiant $M_{\text{init}} < 40 M_{\odot}$

Final mass and core masses

- $M_{\text{He}}: X(\text{H}) < 10^{-3}$
- $M_{\text{CO}}: X(\text{He}) < 10^{-3}$

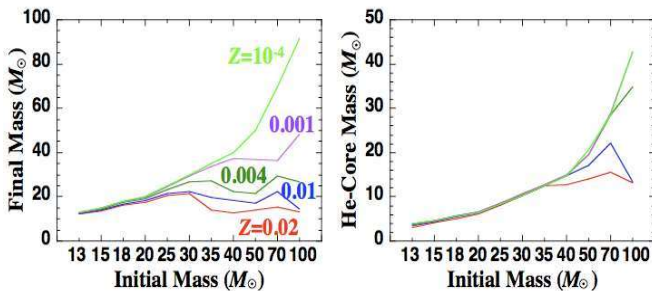


- $M_{\text{MS}} < 40 M_{\odot}$ → Red supergiants $M_{\text{MS}} \nearrow \rightarrow M_{\text{He}}, M_{\text{CO}} \nearrow$
- $M_{\text{MS}} > 40 M_{\odot}$ → Wolf-Rayet stars $M_{\text{CO}} \sim 10 M_{\odot}$

非回転星の標準的な質量放出の場合

(吉田 & 梅田 2010)

- Mass loss rate
- OB stars → Vink et al. (2001) $\propto Z^{0.85}$
- Red giant branch → de Jager et al. (1988) $\propto Z^{0.5}$ 依存性を追加 (e.g. Kudritzki and Puls 2000)
- Wolf-Rayet stars → Nugis & Lamers (2000) $\propto Z^{0.47}$



星の進化の質量, 金属量依存性

- 炭素燃焼終了時における恒星の種類

Z \ M	~35M _⊙	40M _⊙	50M _⊙	70M _⊙	100M _⊙
0.02	RG	WO	WO	WO	WO
0.01	RG	RG	WO	WO	WO
0.004	RG	RG	RG	RG	WO
0.001	RG	RG	RG	RG	RG
10 ⁻⁴	RG	RG	RG	RG	RG

- 小質量, metal poor → Red giantへ進化
- 大質量, metal rich → Wolf-Rayet星へ進化

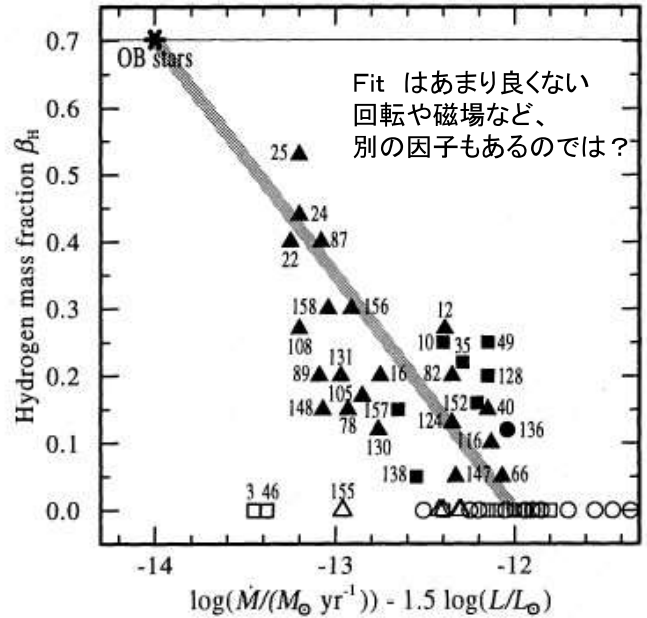
吉田 & 梅田 2010

Smartt et al. 2009 (observation)
MNRAS, 395, 1409

- stars above a mass limit around 17-18 M_{\odot} do not explode as type II-P supernova
- Suggests no RSG above 18 M_{\odot} (?)
- many observations (Smith et al. 2004; van Loon et al. 2005) indicating that red supergiants (or at least part of them) experience stronger mass loss than presently accounted for in the models, which has led recently some authors (Yoon & Cantiello 2010) to explore the physical mechanisms responsible for this.

Mass Lossが不定な理由

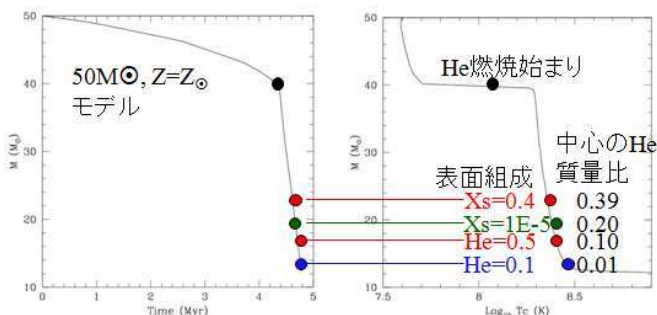
- H-poor (Wolf-Rayet) stars ($X_s < 0.4$): empirical rate by Hamann et al. (1982, 1995)
 - atmosphere model with parameters, $M, T, \dot{M}, v_{\infty}, X_s$
 - Over-estimated : multiplied by a factor $1/2-1/3$ (Hamann & Koesterke 1998)



Mass Lossが不定な理由

大質量星がH層を失うのはHe燃焼の末期:
対流のオーバーシュートやミキシングで
末期の時間が影響される。

CO星になるかならないか、やCO星の最終質量
はHe燃焼期間のわずかな違いで大きく変わる



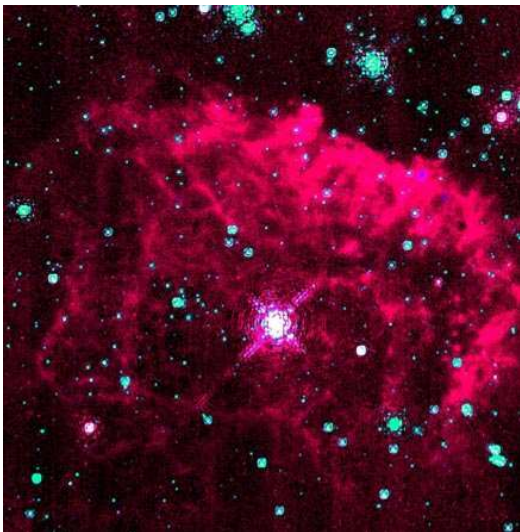
Rate自体にも不定性がある。回転? 磁場?

重い星 ($M > 10M_{\odot}$) の Mass Loss の観測も
数が極めて少なく Rate はあまり正確でない

巨大星の進化 と質量放出

Mass-Loss の不定性の重要性の
具体例も挙げる

銀河の中心にある最も重い星： ピストル・スター



This 4.8 light-year-wide view depicts the Luminous Blue Variable called the Pistol Star, the brightest known star in the Milky Way and the creator of the Pistol Nebula

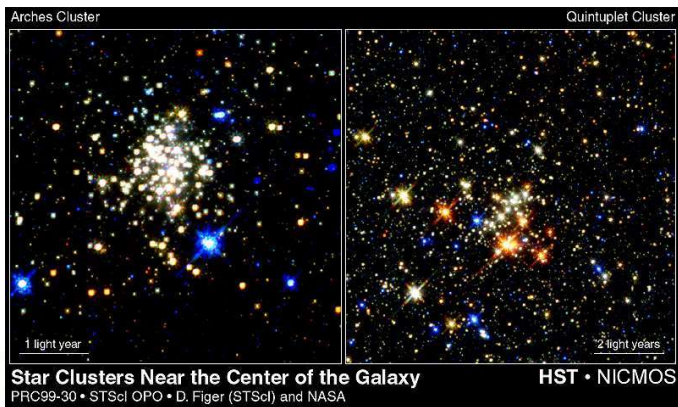
ピストル星雲



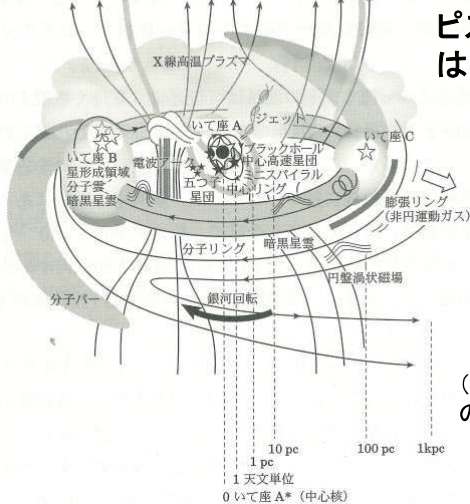
The star has blown off two expanding shells of gas equal to about 10 Solar-masses. Its largest shell is four light-years (ly) wide and would stretch nearly all the way from Sol to the Alpha Centauri triple-star system. The two gas shells are estimated to be only 4,000 and 6,000 years old, respectively. When Pistol Star finally stops blowing off mass, it may be reduced to less than 10 Solar-masses.

(Mid-infrared imaging)

<http://www.solstation.com/x-objects/pistol.htm>



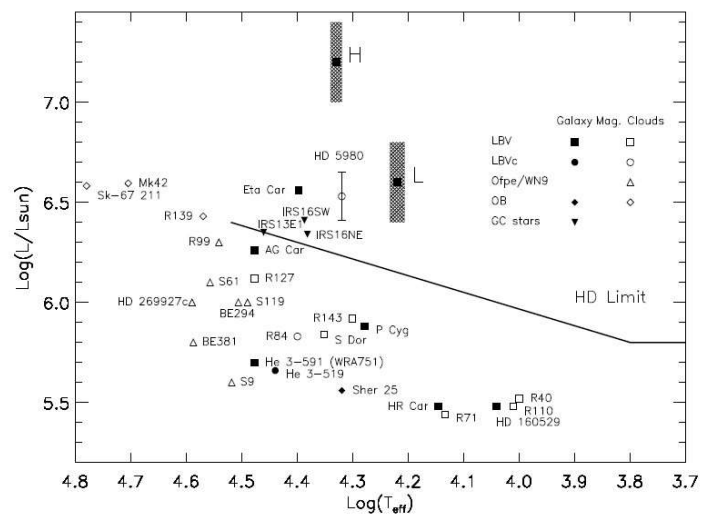
Star Clusters Near the Center of the Galaxy
PRC99-30 • STScI OPO • D. Figer (STScI) and NASA HST • NICMOS



ピストル・スター
は5つ子星団に
属する

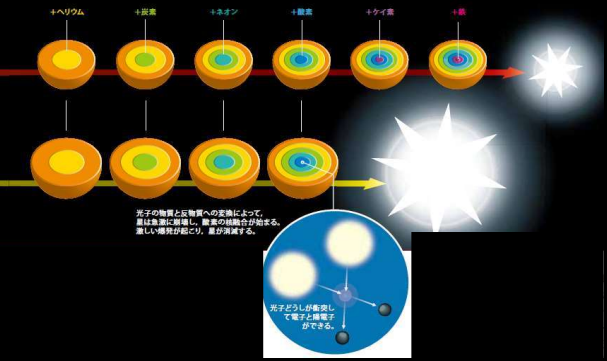
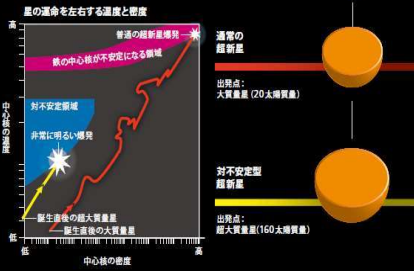
(左図)シリーズ現代
の天文学：銀河II

ピストル・スター HR図上、本来いてはならない場所にいる



大質量星の最期

星は核融合によって新しい元素を作り出し、輝いている。星が年をとると、その中心核はより高温高密度になり（右のグラフ）、より重い元素を作り出し、たねねぎ状の層が形成されていく（右の図）。20太陽質量程度の大質量星（赤色のライン）は十分密度が高いため最終的に重力崩壊によって爆発し、大量のエネルギーとその質量の大部分を宇宙にばらまく。しかし、160太陽質量もある超大質量星（青色のライン）の場合、より早い段階で対不安定領域に入り、最近観測されたようなはるかに明るい爆発を起こす。



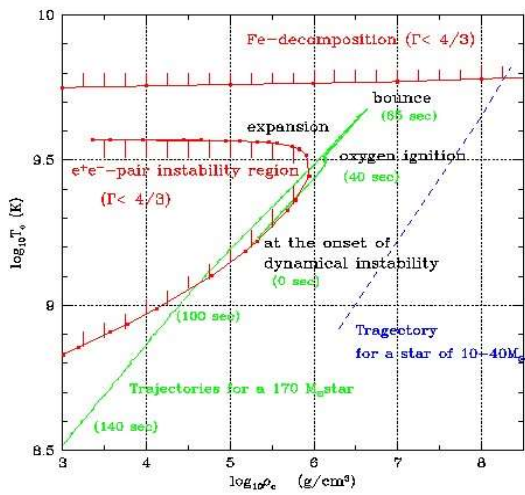
Gal-Yamの主張

- SN2007bi はPISN (の最初の発見) に間違いはない
 - ^{56}Ni の推定量が $5-7M_{\odot}$ と巨大
- 光度曲線の減光がゆっくり
 - ^{56}Ni の崩壊曲線とほぼ一致
 - もう一つの異常に明るい超新星 (SN2006gy) は減光が速い
 - 星周物質との相互作用と考えられる

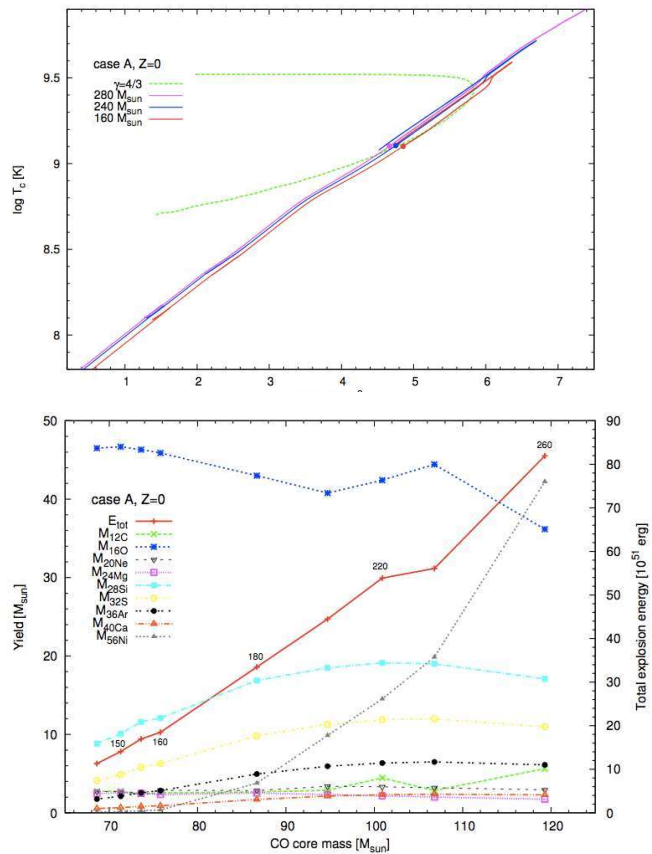
SN2007bi は本当にPISNなのか？

e^+e^- Pair Instability Supernovae (PISNe) : 140-270 M_{\odot} stars (Mass-loss の無い場合)

大量の鉄の放出 数~数十 M_{\odot}
 大きな爆発エネルギー $E_{51} =$ 数十
 存在すれば初期の宇宙に多大な影響



高橋、吉田、梅田、他 (2015)



Mass-Loss の不定性の重要性 具体例: SN2007bi の親星

SN 2007bi

吉田 & 梅田 2010

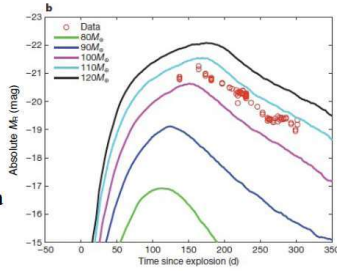
- SN 2007bi (Type Ic)
(Gal-Yam et al. 2009)

2007 April 6.5 に発見

$M(^{56}\text{Ni}) > 3 M_{\odot}$

Na, Mg, Ca, Fe spectra

→ $M_{\text{core}} \sim 100 M_{\odot}$



Pair-instability supernova model で再現

- host galaxy の metallicity

→ $12 + \log(\text{O}/\text{H}) = 8.15 \pm 0.15$
(Young et al. 2010)
 $Z \sim 0.31 Z_{\odot}$

- Progenitor
CO core (H, He 層なし)
(Moriya et al. 2010)

Pair-instability

→ $M_{\text{ej}} \sim 120 M_{\odot}$

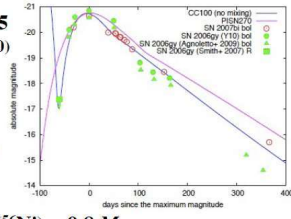
$E_{\text{kin}} \sim 7 \times 10^{52}$ ergs $M(^{56}\text{Ni}) = 9.8 M_{\odot}$

Core collapse

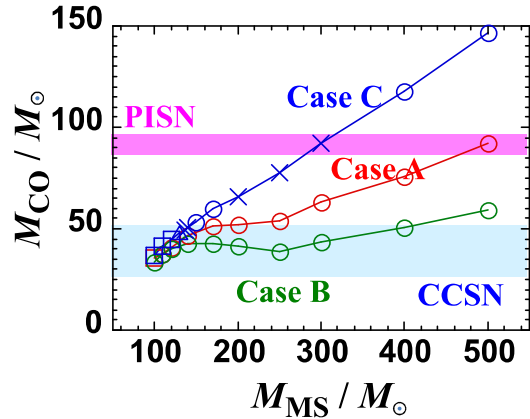
→ $M \sim 43 M_{\odot}$

$E_{\text{kin}} \sim 3.6 \times 10^{52}$ ergs $M(^{56}\text{Ni}) = 6.1 M_{\odot}$

非常に大きな質量の Progenitor を作るか?



- 星の初期質量 M_{MS} と
CO core 質量 M_{CO} の関係



- PISN → $M_{\text{MS}} \sim 515 - 575 M_{\odot}$
($M_{\text{MS}} \sim 310 - 350 M_{\odot}$ for Case C)
- CCSN → $M_{\text{MS}} \sim 100 - 280 M_{\odot}$
($M_{\text{MS}} \sim 110 - 500 M_{\odot}$ for Case B)
($M_{\text{MS}} \sim 100 - 170 M_{\odot}$ for Case C)

大質量星: 自転の効果

- 遠心力により中心部の重力が弱くなる
- 回転の効果によって引き起こされる対流層の拡張と物質混合の効果は大きい
 - He核が大きくなる
 - 外層で余分に水素燃焼
 - 表面組成変化 (C, N 等増)
- 回転 Mass Loss
 - 表面重力が弱くなるため
 - 組成変化との相乗効果で金属欠乏星でも質量放出する可能性がある。

- 最近わりと流行
 - Heger, Langer, Woosley (2000)
 - Maeder & Meynet (2000-2005)
 - Hirschi, Meynet, Maeder (2005)
 - Petrovic, Langer, Yoon, Heger (2005)

- 超新星直前の星の回転
- ガンマ線バーストになるか?
 - BH降着円盤を作る角運動量があるか?
 - 磁場による角運動量輸送

Grids of stellar models with rotation II. WR populations and supernovae/GRB progenitors at $Z = 0.014$

C. Georgy et al. 2012

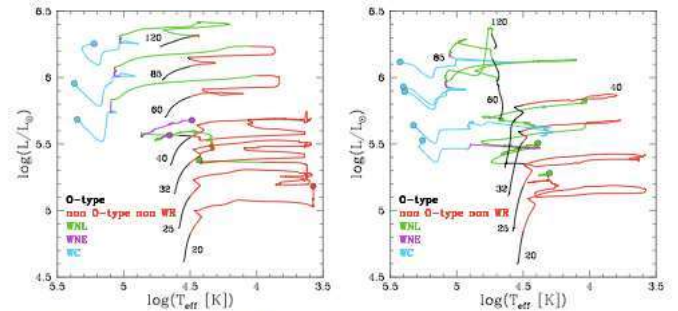


Fig. 1. HRD of the massive models from 20 to $120 M_{\odot}$ with the different types/phases marked in colours (O-type: blue; neither O-type nor WR: red; WNL: green; WNE: purple; WC: cyan). Left: Non-rotating models. Right: Rotating models. We plotted the effective temperature at the surface of the hydrostatic core. The endpoints of the tracks are indicated by a circle.

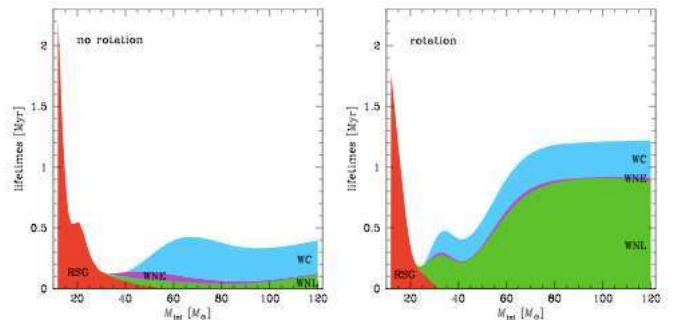


Fig. 2. Lifetimes in the RSG phase (defined as stars with $\log(T_{\text{eff}}/\text{K}) < 3.66$, see Eldridge et al. 2008) and in the different phases of WR stars. Left: Non-rotating models. Right: Rotating models.

回転星の方程式

- まず星のエネルギー方程式を多次元に書き換える:

1次元の放射によるエネルギー輸送

$$j(x) = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\rho\kappa} \frac{dT}{dx}$$

多次元: Energy Fluxを \vec{F} と書くと

$$\vec{F} = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\rho\kappa} \vec{\nabla} T \quad (2.1)$$

エネルギー保存の式:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \rho \left(\varepsilon - \frac{dq}{dt} \right) \quad (2.2)$$

47

回転星の方程式

- Conservative Rotation

$$\vec{\nabla} P = -\rho \vec{\nabla} \Psi \Rightarrow \vec{\nabla} P \text{ と } \vec{\nabla} \Psi \text{ は平行}$$

$\Rightarrow \Psi = \text{一定}$ の面は等圧

こういう星の構造は1次元で表せる

$$P = P(\Psi), \quad \rho = \rho(\Psi) = -\frac{dP}{d\Psi}$$

$$\text{この面上では } P = \frac{k\rho T}{\mu}$$

$$\rightarrow \frac{T}{\mu} = \text{一定} \quad (2.4)$$

49

回転星の方程式

- Conservative Rotation

遠心力 $\omega^2 s \vec{e}_s = -\vec{\nabla} V$ と書ける時

*Conservative*という。 V :ポテンシャル
 V が存在する必要十分条件:

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = 0$$

(円柱対称な回転、例:剛体回転)

$$V \text{ は } V = -\int_0^s \omega^2 s ds \quad (2.3) \quad \text{と書ける。}$$

Total Potential: $\Psi = \Phi + V$

(Φ :重力ポテンシャル)

このとき、静水圧平衡の式、

$$\vec{\nabla} P = -\rho \vec{\nabla} \Psi \Rightarrow \vec{\nabla} P \text{ と } \vec{\nabla} \Psi \text{ は平行}$$

48

回転星の方程式

一様な物質では (μ 一定)

等ポテンシャル面で温度が一定

$T = T(\Psi)$ なので(2.4)、(2.1) \Rightarrow

$$\vec{F} = \frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\rho\kappa} \frac{dT}{d\Psi} \vec{g}_{eff} \equiv -K(\Psi) \vec{g}_{eff} \quad (2.5)$$

$\vec{g}_{eff} = -\vec{\nabla} \Psi$:有効重力加速度.

このとき $\Psi = \text{const}$ 面の光度 L_Ψ を用い、

$$L_\Psi = \int_{\Psi=\text{const}} \vec{F} \cdot d\vec{\Omega} = S_\Psi \langle F \rangle,$$

$F = |\vec{F}|$, S_Ψ は $\Psi = \text{const}$ 面の面積

$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{S_\Psi} \int_{\Psi=\text{const}} \vec{f} \cdot d\vec{\Omega},$$

50

回転星の方程式

(Conservative rotation & 化学的に一様)

方程式は全て一次元的に書け、

$$L_\Psi = S_\Psi \langle F \rangle,$$

$$F = -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} g_{eff} \frac{dT}{d\Psi} \quad (\text{放射による輸送}),$$

$$\frac{\partial L_\Psi}{\partial M_\Psi} = \varepsilon - \frac{dq}{dt} \quad (\text{エネルギー保存})$$

M_Ψ は $\Psi = const$ 面の内側の質量、

$$\frac{\partial M_\Psi}{\partial \Psi} = \langle g_{eff}^{-1} \rangle \rho S_\Psi \quad (\text{連続の式})$$

$$\frac{\partial P}{\partial M_\Psi} = -\frac{GM_\Psi}{4\pi r_\Psi^4} f_p,$$

$$f_p \equiv \frac{4\pi r_\Psi^4}{GM_\Psi S_\Psi \langle g_{eff}^{-1} \rangle}, V_\Psi (\text{体積}) \equiv \frac{4\pi}{3} r_\Psi^3$$

51

エネルギー輸送に関する Von Zeipel's 定理 (1924)

Stationaryを仮定($dq = 0$)すると、

$$(2.2) \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \rho\varepsilon \quad (\text{一定})$$

$$\text{一方、(2.5)} \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = -\frac{dK}{d\Psi} (\vec{\nabla}\Psi)^2 - K\Delta\Psi$$

$$= -\frac{dK}{d\Psi} (\vec{\nabla}\Psi)^2 - K \left(4\pi G\rho - \frac{1}{s} \frac{d(s^2\omega^2)}{ds} \right)$$

$$= \rho\varepsilon \quad (\text{一定}) \quad (2.6)$$

52

エネルギー輸送に関する Von Zeipel's 定理 (1924)

等ポテンシャル面では、 K, ρ, ε が一定、(2.6) \rightarrow

$$-\frac{dK}{d\Psi} (\vec{\nabla}\Psi)^2 + \frac{K}{s} \frac{d(s^2\omega^2)}{ds} = (\text{一定}) \text{だが、}$$

一般にこの式は成り立たない

(これが定理：回転星は放射によるエネルギー輸送だけではstationaryでいられない)

例、剛体回転($\omega = const$)の場合

$s^{-1}d(s^2\omega^2)/ds = const$ であるが、 $\vec{\nabla}\Psi$ は一定でない。

子午面還流 Meridional Circulation

- (2.6)が成り立たない \leftarrow 解決策：
 $dq \neq 0$ の流れ、子午面還流が生じる
- (2.2)を書き換える

$$\frac{dq}{dt} = c_p T \left(\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{\nabla_{ad}}{P} \frac{dP}{dt} \right)$$

共同座標系での微分 d/dt を静止系

($d/dt = \partial/\partial t + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}$)で置き換え、熱平衡 $\partial T/\partial t = \partial P/\partial t = 0$ を仮定すると、

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \varepsilon\rho - c_p \rho T \vec{v} \cdot \left(\frac{\vec{\nabla}T}{T} - \nabla_{ad} \frac{\vec{\nabla}P}{P} \right)$$

$$= \varepsilon\rho - \frac{c_p \rho T}{P} (\nabla - \nabla_{ad})(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}P)$$

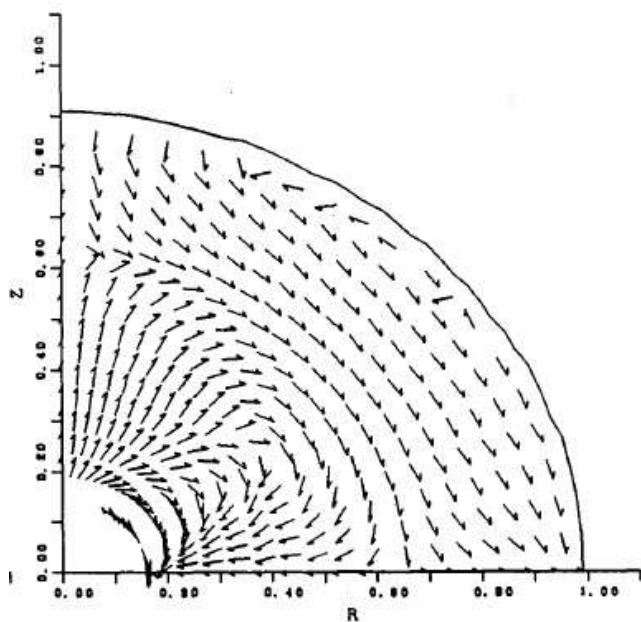
meridional velocity: \vec{v} は連続の式、

$\vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) = 0$ も満たす必要がある。

53

子午面還流(数値計算例)

Eriguchi & Muller 1991, ApJ



回転星の方程式の問題

- 1次元で方程式が書けたように見えるが、実際は3次元の子午面還流が存在している。
 - この効果を物質の混合の効果に押し付けて1次元近似を貫く
 - μ バリアー
- 実際の星の回転は剛体回転ではないし、Conservative でもない
 - Shellular rotation の場合の定式化

大質量星: 回転の効果

- Heger, Langer, Woosley (2000)
 - He核が大きくなる
 - ミキシング: 表面組成変化
 - 重力崩壊直前まで
- Maeder & Meynet (2000-2005)
 - C燃焼まで。回転Mass Loss。表面組成(C,N増)
 - 回転Mass LossはPopIII星でも効くかもしれない
 - 単独PopIII星によるGRBの可能性
- Hirschi, Meynet, Maeder (2005)
 - Si燃焼まで。超新星直前の星の回転
 - BH降着円盤を作る角運動量があるか? – GRBになるか
- Petrovic, Langer, Yoon, Heger (2005)
 - C燃焼まで。
 - 磁場の効果
 - GRBになるか?

Homogeneous rotation and μ -barrier

Our calculation (formalisms)

Yoshida & Umeda 2011; Takahashi et al. 2014

Mass coordinate and radius
on isobar.

Rotating Star Model

- 等圧面からなる質量座標 $M_r \rightarrow M_P$
 - ➡ 等圧面上の半径 $r(r_0, \theta): r(r_0, \theta) = r_0 \{1 - A(r_0) P_2(\cos \theta)\}$
 - ➡ 恒星進化で用いる半径 $r_P: r_P = (\frac{3}{4\pi} V_P)^{1/3}$
- (e.g., Endal & Sofia 1976, Meynet & Maeder 1997, Heger, Langer, & Woosley 2000)

● Roche model

- ➡ 重力ポテンシャルは球対称
- Grav. potential is assumed to be spherical.
- $$g_r = -\frac{GM_P}{r^2} - \omega^2 r \sin^2 \theta \quad g_\theta = \omega^2 r \sin \theta \cos \theta$$
- $$r(r_0, \theta) = r_0 \{1 - \varepsilon(r_0) P_2(\cos \theta)\}$$
- $$\varepsilon(r_0) = \omega^2 r_0^3 / 3GM_P$$
- $$r_P = r_0 (1 + 3\varepsilon^2/5 - 2\varepsilon^3/35)$$
- (Denissenkov & Vandenberg 2003)

Rotating Star Model

- 基礎方程式
 - ➡ 一次元的な取り扱いが可能 Basic equations: 1D like
- $$\frac{\partial P}{\partial M_P} = -\frac{GM_P}{4\pi r_P^4} f_P \quad f_P = \frac{4\pi r_P^4}{GM_P S_P} \langle g^{-1} \rangle$$
- $$\frac{\partial r_P}{\partial M_P} = \frac{1}{4\pi r_P^2 \bar{\rho}} \quad f_T = \left(\frac{4\pi r_P^2}{S_P}\right)^2 \langle g^{-1} \rangle \langle g \rangle$$
- $\langle g \rangle$: 角度方向に平均した有効重力
 S_P : 等圧面の表面積
- $$\frac{\partial \ln \bar{T}}{\partial \ln P} = \min(\nabla_{\text{ad}}, \nabla_{\text{rad}} \frac{f_T}{f_P})$$
- $$\frac{\partial L_P}{\partial M_P} = \epsilon_{\text{nucl}} - \epsilon_V + \epsilon_{\text{grav}} \quad \dot{M}(\omega) = \dot{M}(\omega=0) \left(\frac{1}{1-\nu/\nu_{\text{crit}}}\right)^{0.43} \quad \dot{J} = \dot{M} j_{\text{surface}}$$
- (e.g., Endal & Sofia 1976, Meynet & Maeder 1997, Heger, Langer, & Woosley 2000)

物質混合と角運動量輸送 Diffusion like formalism

Rotational mixingを含めた物質混合

$$\frac{\partial X_n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial M_P} \{ (4\pi r_P^2 \bar{\rho})^2 D \frac{\partial X_n}{\partial M_P} \} + \left(\frac{\partial X_n}{\partial t} \right)_{\text{nucl}}$$

角運動量輸送 Angular momentum transfer

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{I} \frac{\partial}{\partial M_P} \{ (4\pi r_P^2 \bar{\rho})^2 \nu \frac{\partial \omega}{\partial M_P} \} - \frac{2\omega}{r_P} \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right)_{M_P} \frac{1}{2} \frac{\partial \ln I}{\partial \ln r_P}$$

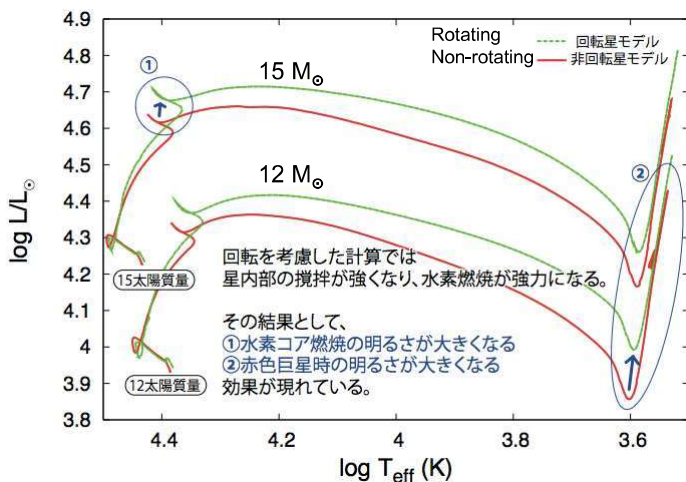
- i : specific angular moment, ν : turbulent viscosity
- $D = D_{\text{conv}} + D_{\text{semi}} + f_c(D_{\text{DSI}} + D_{\text{SHI}} + D_{\text{SSI}} + D_{\text{ES}} + D_{\text{GSF}})$
- $\nu = D_{\text{conv}} + D_{\text{semi}} + D_{\text{DSI}} + D_{\text{SHI}} + D_{\text{SSI}} + D_{\text{ES}} + D_{\text{GSF}}$

- Convection
- Semiconvection
- Dynamical shear instability
- Solberg-Hoiland instability
- Secular shear instability
- Eddington-Sweet circulation
- Goldreich-Schubert-Fricke instability

(e.g., Heger, Langer, & Woosley 2000)

Our calculation (one example)

Takahashi, Yoshida, Umeda 2012



- In a rotating star model, rotating mixing is effective, causing stronger convective H-burning,
- ① Brighter H-core luminosity
 - ② Brighter RSG luminosity because of a larger He core

大質量星: 回転とB/R比

Maeder & Meynet, (2001) A&A 373, 555

- 青色超巨星と赤色超巨星の数の比(B/R比)は低金属になると急減する(観測)
- 対流のモデルを変えるとB/R比は変わるが、金属量の依存性は説明できない
- 回転星の核の進化はより重い星と似るため、He燃焼時にBlueでいる時間が減少する
- 金属が多いとMass Lossが多く角運動量を多く失う(低速回転)
- 回転進化の証拠?

M_{ini}	B/R $v_{\text{ini}} = 0$	B/R $v_{\text{ini}} = 300$
25	63	0.30
20	47	0.43
15	5.0	0.24
12	20.6	85
9	2.7	0.10

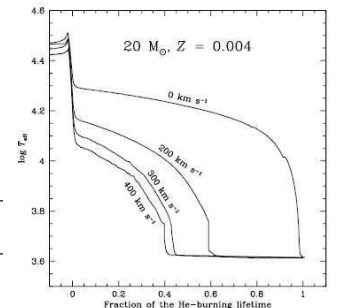
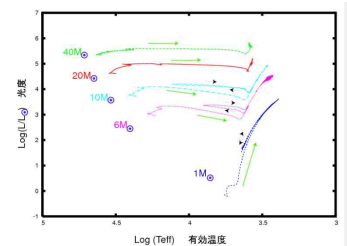
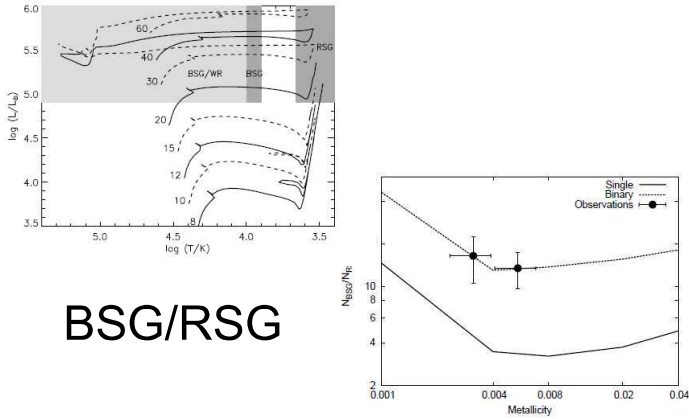


Fig. 9. Evolution of the T_{eff} as a function of the fraction of the lifetime spent in the He-burning phase for $20 M_{\odot}$ stars with different initial velocities.

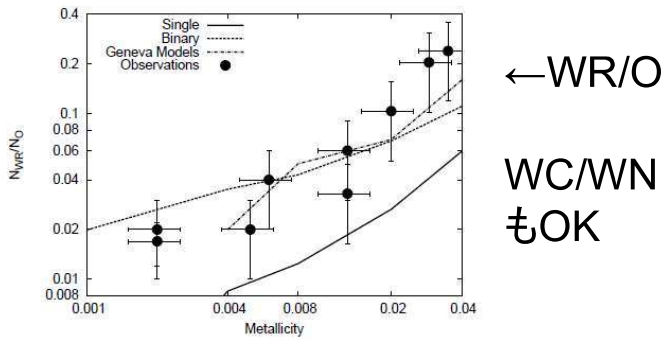
もっともらしい説明ではあるが、どの程度正しいのか、他の解はないのか、まだ不明

連星モデル

Eldridge et al. 2008

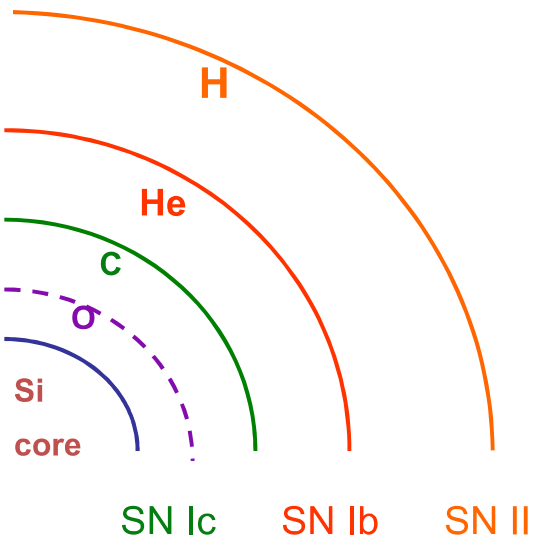


BSG/RSG



超新星の分類

大質量星 (>10M_⊙)

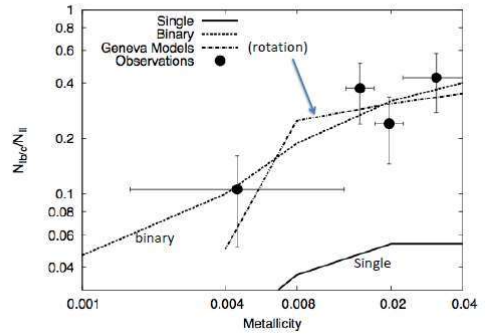


連星モデル

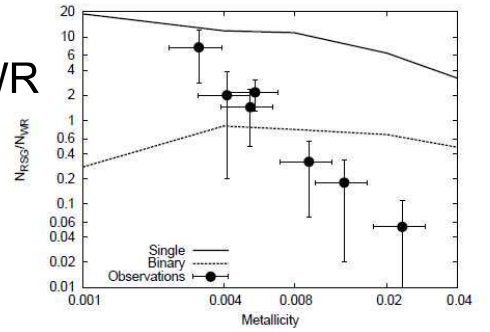
Rotating single star or Binary interaction ?

SN Ib/c /
SN IIもOK

Eldridge et al. 2009



しかし
RSG/WR
はNG



回転(磁場)と連星の効果は
いまだわかっていないことが
多い

しかし重要

連星の進化で特によくわから
ないのは連星の組み合わせ
数と、
共通外層になった後の進化

回転では角運動量輸送と物
質の混合

重力崩壊直前の鉄の核の回転速度

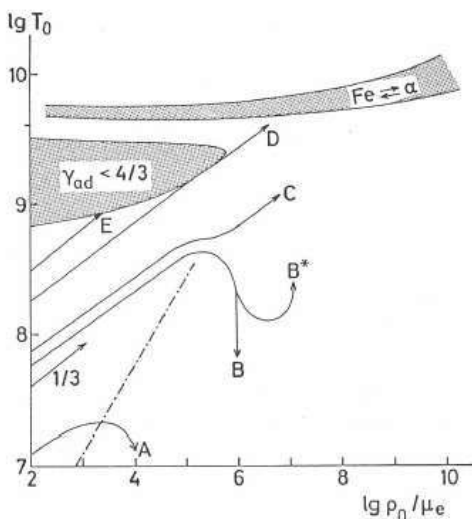
- 重力崩壊型超新星やガンマ線バーストの爆発メカニズム と関係
- 高速回転
 - ⇒ 磁場の増幅
 - 磁気流体的爆発やジェット形成
 - ⇒ 中心のコンパクト天体の周りに降着円盤を形成できる
- 鉄の核の回転速度は Mass-loss と関係している！
 - Mass-loss と共に角運動量を失い低速回転になる
- しかし、

重力崩壊直前の鉄の核の回転速度

- しかし、極超新星やガンマ線バーストなど、ブラックホール形成が示唆される現象に付随する超新星は **なぜか** これまではすべて **1c型超新星**
- ⇒ 親星はCO星、大量のMass-loss
- 通常の仮定では鉄核の高速回転は説明できない。(磁場によって角運動量が核から外層に輸送され、それがMass-loss で失われる。)
- 解決するモデル：
 - 一様化学組成進化シナリオ (CHES)
 - 低金属、初期の回転が速い星
 - 他には連星合体(吸収)なども可能性

星の核と重力崩壊

He燃焼後の星の進化はC-O核の質量によってほぼ決定される。
 C-O核が軽ければ炭素燃焼が起きずに、冷却する一方となるが、重ければ更に進化が進む。一般に重い星ほど中心のエントロピーが大きく(下図で左上の線に対応)、質量によって星の不安定領域に入るタイミングが異なる。



EOS and Stability of Stars

$$E = \int u \, dm - \int \frac{Gm}{r} \, dm = \langle u \rangle M - c_1 \frac{GM^2}{R}$$

u : 内部エネルギー

(変分法により M と ρ_c の関係を求めたい)

$P = K\rho^\gamma$ の EOS を考えると

$$dq = du + Pdv = du - \frac{P}{\rho^2} d\rho = 0 \quad (\text{断熱})$$

$$\Rightarrow du = K\rho^{\gamma-2} d\rho \Rightarrow u = \frac{K\rho^{\gamma-1}}{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \langle u \rangle = c_2 K \rho_c^{\gamma-1}, \text{ また } R = c_3 (M / \rho_c)^{1/3}$$

(ポリトロップ)

$$\therefore E = c_2 K \rho_c^{\gamma-1} M - c_4 GM^{5/3} \rho_c^{1/3}$$

$$\text{平衡解は } \frac{dE}{d\rho_c} = 0 \Rightarrow M \propto \rho_c^{3(\gamma-4/3)}$$

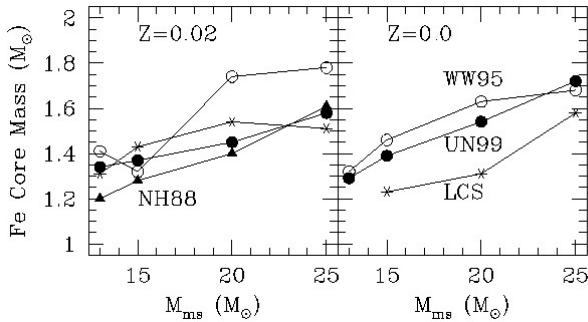
$$\therefore \frac{dM}{d\rho_c} > 0 \text{ (stable)} \Rightarrow \gamma > \frac{4}{3}$$

$$< 0 \text{ (unstable)} \Rightarrow \gamma < \frac{4}{3}$$

Fe核の形成

重力崩壊

軽い星ほど低エントロピーでSi点火密度が少し高い
 →少し Y_e が小さいのでSi核は小さめの傾向



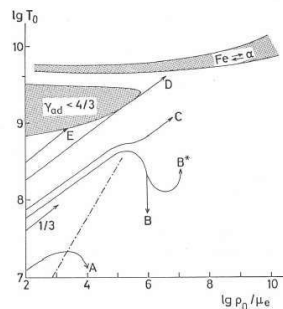
- Electron capture
e.g. , $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$
- Homologous Collapse
- EOS
- Feの光分解
- NSE
- ニュートリノ バースト
- ニュートリノ トラップ

～Fe核の崩壊～

Neutronization (電子捕獲)
 Feの光分解

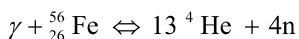
→ 吸熱反応、圧力下げる

→ $\gamma < 4/3$ (Collapse)



Feの光分解

Feの光分解



(Q - value : energy required for this process)

$$Q = c^2 (13 m_\alpha + 4 m_n - m_{Fe}) = 124.4 \text{ MeV}$$

$$\mu_{Fe} = 13 \mu_\alpha + 4 \mu_n \text{ (chemical potential)}$$

非相対論的 Maxwell - Boltzman gas

$$n = g \left(\frac{mkT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu - mc^2}{kT} \right) \quad (\hbar^2 \equiv \hbar^2)$$

$$\frac{\mu_i - m_i c^2}{kT} = \ln \left[\frac{n_i}{g_i} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_i kT} \right)^{3/2} \right]$$

$$g_i = \sum_r (2I_r + 1) e^{-E_r / kT}$$

(I_r : spin of the r-th excited state)

$$g_\alpha = 1 (I = 0), g_n = 1 (I = 1/2), g_{Fe} \cong 1.4$$

$$\therefore \frac{n_\alpha^{13} n_n^4}{n_{Fe}} = \frac{g_\alpha^{13} g_n^4}{g_{Fe}} \left(\frac{kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{24} \left(\frac{m_\alpha^{13} m_n^4}{m_{Fe}} \right)^{3/2} e^{-Q/kT}$$

- 分解前にこの物質がほぼ ${}^{56}\text{Fe}$ から成っているとすると、
 - $n_n = 4n_\alpha / 13$
 - ${}^{56}\text{Fe}$ の半分が分解するとき、
 • $\log \rho = 11.62 + 1.5 \log T_9 - 39.17 / T_9$
- 更なる分解反応 $\gamma + {}^4\text{He} \leftrightarrow 2p + 2n$
 のQ-value は $Q' = 28.30 \text{ MeV}$
 で ${}^4\text{He}$ までの分解よりも起こり易そうに見える、が、

Required energy per new particle

$$\Delta N = 4 - 1 = 3, Q' / \Delta N = 9.5 \text{ MeV}$$

は、 ${}^4\text{He}$ までの分解の時の

$$Q / \Delta N = Q / (13 + 4 - 1) = 7.7 \text{ MeV}$$

より大きいため、 ${}^4\text{He}$ の分解はより高温で起きる。