恒星進化論（2024年） Report 2, 締切 6/14

問　全体が対流になっている星のポリトロープ・モデルのHR図を以下に従い描け。
一般に対流平衡となっている星の内部では　$\nabla = \nabla_{ad}$ となっている。ここでは星の表面(photosphere) までこの関係が成り立っているとする。以下、μ=0.6の単原子理想気体を仮定する。

(i) このような星は指数nのポリトロープで記述できる。nを求めよ。また、このとき圧力と温度には　$P = C\,T^{1+n}$ (1), （Cは定数）の関係があることを示せ。

(ii)ポリトロープ関係 $P = K\,\rho^{1+1/n}$ （Kは定数）と状態方程式
$P = k\rho T/(\mu\, m_u)$ を用いると　$C = K^{-n}\,(k/\mu\, m_u)^{n+1}$ となることを示せ。

(iii)次にポリトロープ解を用いると　$K = C_n\, R^{-1+3/n}\, M^{1-1/n}$となることを示し(n に依存する) 定数$C_n$ を求めよ。ただしR　はポリトロープモデルで求めた星の半径で、Mは星の質量である。

上式を導くためにすでにポリトロープ解を用いているため、これだけではRとMの関係を与えることはできない。そこで大気(photosphereの外側)のモデルを仮定し新たな条件を加える。ここでは放射平衡な大気を仮定する。大気を記述する方程式（aは放射定数、cは光速）は

$dT/dP = 3\,\kappa\, L\,/(16\,\pi\, a\, c\, G\, T^3 M)$　　(2)　　である。

大気ではL=一定、M=一定としてよく、また、μ=0.6の単原子理想気体を仮定する。

(iv)大気でopacity が$\kappa = \kappa_0\, P\, T^3$で与えられるとする
（κ_0は定数で　$\rho = 10^{-8}$ g/cm^3 T=10^4Kのときκ=10cm^2/gとする）
(2)式を　radiative zero の仮定（P→0 のときT→0）で解き
P = P(L,T,M,R) を求めよ。これと（1）式を　photosphere でフィットさせることにより、T_{eff}, M, R間の関係を求めよ。ただし、photosphereの半径をポリトロープ解の半径で代用して良い。これを使いHR図(Log T_{eff} vs Log L /$L_\odot$)をM= 1, 2, 5, 10$M_\odot$ に対して描け。($\log_{10}$ L/ $L_\odot$　＝1～4 の範囲を含めて図示せよ）

(v) 以上の結果を引用しながら、HR図上でHayashi禁止領域ができる理由を説明せよ。