

なぜ赤色巨星となるのか？

$$dP/dr = -G m \rho / r^2, \quad dP/dm = -G m / 4\pi r^4$$

- 上記の静水圧平衡の方程式の性質により positive feedback が働くため。(以下説明)

①(緑の線)水素殻が落下し、温度が上がり燃焼殻が形成。燃焼殻の外側は熱を吸収し半径が大きくなる(膨張)。

この領域より外 ($m > \sim 3.5$) では、前(紫線)より r が大きく密度が低いので、 dP/dr が(前より)ずっと小さくなる。

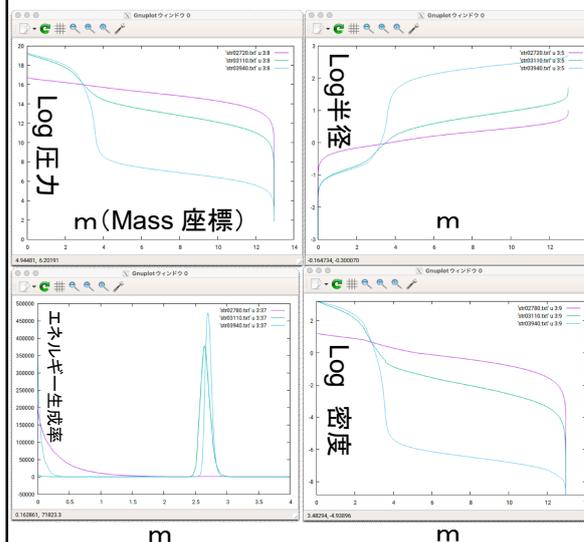
すなわち半径に対して圧力の低下が少なく、大きな半径の星となる。(密度の低下が、より大きな半径を導くので

Positive feedback と呼んで良いだろう。)

(* 星の内側、燃焼shell付近、が膨張しても、帳尻を合わせて表面の半径は同じ、というような解が許されないということ)

②(水色の線)この後の急激な膨張は殻燃焼が強くなることの影響が大きい。まず、殻燃焼面は殆ど動けない(わずかに落下しているが)。そのため、燃焼面近くの dP/dm は①とほぼ同じ。

しかし殻燃焼が強くなっており $m < 4$ で緑線より膨張している。それより外は解の連続性から来ており、より大きな半径となる。すなわち、密度が低く、 r が大きいので、半径方向への圧力低下が減少し、より大きな半径の星となる。

13 M_{\odot} が赤色超巨星になる計算例

紫→緑→水色と時間進化

Atmospheric equation

It is assumed $L = \text{const.}$, $M = \text{const.}$ in an atmosphere. From hydrostatic and energy transfer equations, the equations for radiative atmosphere is

$$\frac{dT}{dP} = \frac{3\kappa L}{16\pi acGM} \frac{1}{T^3} \quad (1.21)$$

If it can be written as

$$\kappa = \kappa_0 P^a T^b \quad (\kappa_0 = \text{const})$$

$$T^{4-b} \propto (L/M) (P^{1+a} + C)$$

when $P \rightarrow 0$, $T \rightarrow 0$

(Radiative Zero boundary condition)

$$P = \text{Const.} \left(\frac{M T^{4-b}}{L} \right)^{\frac{1}{a+1}} \quad (1.22)$$

Photosphere of a star

$$\text{Optical depth : } \tau \equiv \int_R^{\infty} \kappa \rho dr = \bar{\kappa} \int_R^{\infty} \rho dr$$

$$\text{@ photosphere, } \tau = \frac{2}{3} \quad \text{Mean opacity}$$

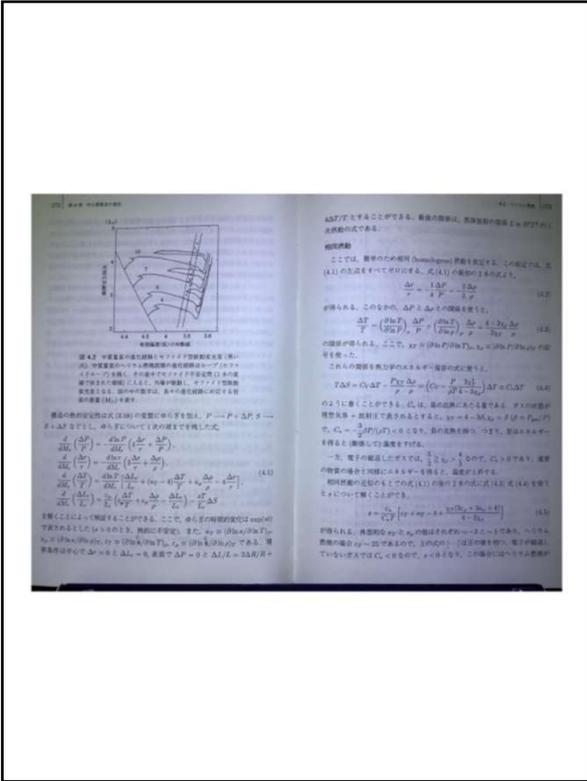
$$P_{r=R} = \int_R^{\infty} g \rho dr = g_0 \int_R^{\infty} \rho dr = \frac{GM}{R^2} \frac{2}{3} \frac{1}{\bar{\kappa}} \quad (1.20)$$

$$(g = g_0 = GM/R^2 = \text{const})$$

@ photosphere,

Effective temperature $T_{\text{eff}} = T_{r=R}$ &

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$



Ledoux条件 (KH P.49)、MLT

$$\nabla_{rad} = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{rad} = \frac{3}{16\pi ac G} \frac{\kappa L P}{m T^4}$$

∇_{rad} : エネルギーを全部 radiationで流したときの勾配

$$\nabla = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right): \text{実際の勾配}$$

一般には $\nabla \neq \nabla_{rad}$

The radiation layer is stable if

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{Q}{\delta} \nabla_{\mu} \quad (\text{Ledoux criterion})$$

In chemically homogeneous region ($\nabla_{\mu} = 0$)

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad} \quad (\text{Schwarzschild criterion})$$

* Mixing length theory (KH P.62)
5 equations (7.1, 7.2, 7.6, 7.7, 7.11)
for 5 quantities, $F_{rad}, F_{con}, v, \nabla_e, \nabla$

$$DT = \left[\left(\frac{dT}{dr} \right)_e - \left(\frac{dT}{dr} \right)_s \right] \Delta r = -\frac{T}{H_p} (\nabla_e - \nabla) \Delta r \quad (6.19)$$

$$H_p = -\frac{dr}{d \ln P} = -P \frac{dr}{dP} = \frac{P}{\rho g} \quad (\text{pressure scale height})$$

4.2.3 水平分枝星

水平分枝星は、ヘリウム燃焼が起こっている対流中心核、その外側 $M_c \sim 0.5 M_{\odot}$ まで広がるヘリウム層、それを取り囲む水素燃焼殻、およびその外側のおもに水素とヘリウムとからなる外層からなる。

ヘリウム燃焼によって対流核内で炭素・酸素含有量が増加するとガスの不透明度が増加し、放射温度勾配 ∇_{rad} が大きくなる。このような状況では対流核の境界での混合により、境界が放射層に広がっていくため、対流核に含まれる質量が進化とともに増加し、境界には元素組成の不連続が発生する。ある程度進化が進んだ段階で、対流核内で、 ∇_{rad} に極小が出現し外側に向かって大きくなる状況が現れる。このような場合、 ∇_{rad} に極小が現れる層よりも外側では、外側に向かって炭素・酸素含有量が減少する半対流層が発達する。半対流層内では、 $\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$ に保たれ、対流不安定性に対して中性に保たれている。逆にいうと、そこまでしか混ぜられないので、半対流層となるといえる (図 4.4, 4.5 参照)。

水平分枝星の光度は、中心のヘリウム燃焼と水素燃焼殻でのエネルギー発生率で決まる。そのエネルギー発生率はヘリウム中心核の質量で決まっている。ヘリウム中心核の質量がヘリウムフラッシュの起こる時点の質量で、どの水平分枝星でもほぼ同じなので、水平分枝星の光度は、その星が主系列段階で持っていた質

